

Черкаська Любов Петрівна¹ , Москаленко Оксана Анатоліївна² ,
Cherkaska L., Moskaleiko O.

Москаленко Юрій Дмитрович³ , Коваленко Олена Володимирівна⁴ 
Moskalenko Y., Kovalenko O.

ВНУТРІШНЬОПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ ЯК ЗАСІБ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СИСТЕМНОСТІ ЗНАНЬ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ

INTRASUBJECT CONNECTIONS AS A MEANS OF ENSURING STUDENTS' SYSTEMATIC KNOWLEDGE OF MATHEMATICS

АНОТАЦІЯ:

У статті розглядаються деякі аспекти встановлення і використання у навчанні математики внутрішньопредметних зв'язків. Зіставлення основних змістових ліній шкільного курсу алгебри реалізовано на рівні теоретичних узагальнень та проілюстровано на прикладі конкретних вправ.

ABSTRACT:

The article considers some aspects of establishing and using intra-subject connections in teaching mathematics. The comparison of the main content lines of the school algebra course is implemented on the level of theoretical generalizations and illustrated by the example of specific exercises.

1 канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри загальної фізики і математики

Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка, УКРАЇНА

Ph.D (Pedagogy), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Global Physics and Mathematics
Poltava National Pedagogical University named after V.G. Korolenko, UKRAINE

2 канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри загальної фізики і математики

Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка, УКРАЇНА

Ph.D (Pedagogy), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Global Physics and Mathematics
Poltava National Pedagogical University named after V.G. Korolenko, UKRAINE

3 канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри загальної фізики і математики

Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка, УКРАЇНА

Ph.D (Physics and Maths), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Global Physics and Mathematics
Poltava National Pedagogical University named after V.G. Korolenko, UKRAINE

4 асистент кафедри загальної фізики і математики

Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка, УКРАЇНА

Postgraduate Student at the Department of Global Physics and Mathematics
Poltava National Pedagogical University named after V.G. Korolenko, UKRAINE

This work has been republished [without change]. First publication: Черкаська, Л., Москаленко, О., Москаленко, Ю., & Коваленко, О. (2021). ВНУТРІШНЬОПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ ЯК ЗАСІБ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СИСТЕМНОСТІ ЗНАНЬ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ. *Грааль Науки*, (2-3), 438-444. DOI 10.36074/grail-of-science.02.04.2021.088

ВСТУП.

Важливим напрямком формування математичної та ключових компетентностей школярів, що реалізується в освітньому процесі, є встановлення, дослідження та використання у навчанні математики внутрішньопредметних зв'язків, що пов'язують основні і допоміжні поняття, твердження, правила, алгоритми тощо. Цілеспрямована спільна діяльність педагога-предметника й учнів з виявлення і подальшої реалізації змістово-інформаційних та операційно-діяльнісних зв'язків навчального матеріалу дисципліни з урахуванням методичних особливостей її ефективної організації сприяє підвищенню рівня загальної культури школярів, розвитку їх пізнавального інтересу, забезпеченню системності знань і вмінь. Специфіка логічної будови шкільного курсу математики, а також необхідність створення умов для забезпечення неперервності математичної освіти школярів обумовлює потребу у розробці освітніх технологій, орієнтованих на формування в учнів цілісного бачення змісту математики як навчального предмета, виробленню узагальнених підходів до дослідження стандартних, видозмінених та нових математичних ситуацій, розуміння значення математики у системі природничих наук, можливостей її використання у практичній діяльності людини.

Однією з важливих змістових ліній шкільного курсу алгебри є лінія рівнянь, нерівностей та їх систем. На вивчення цього матеріалу в курсі алгебри відводиться значна частина навчального часу (близько третини від усього часу (210 год), передбаченого на вивчення алгебри в основній школі). Це обумовлено досить широким змістом лінії, складністю понятійного апарату, різноманітням уводжуваних алгоритмів, а також виключним значенням апарату рівнянь і нерівностей для розгортання інших змістових ліній курсу алгебри та широтою спектра їх застосувань.

ОСНОВНА ЧАСТИНА.

Основними завданнями курсу алгебри є формування умінь виконання тотожних перетворень цілих і дробових виразів, розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем, достатніх для свідомого їх використання у вивченні математики і суміжних предметів, а також для практичних застосувань. Важливе завдання полягає в залученні учнів до використання рівнянь і функцій як засобів математичного моделювання реальних процесів і явищ, розв'язування на цій основі прикладних задач. Ця робота має пронизувати всі теми курсу [1].



Виділимо та охарактеризуємо взаємозв'язки між рівняннями, нерівностями, їх системами (РНС) та іншими змістовими лініями (ЗЛ) шкільного курсу алгебри: числами і діями над ними; виразами та їх перетвореннями; функціями та їх графіками.

Внутрішньопредметні зв'язки (РНС – ЗЛ), виявлені у результаті здійснення логіко-математичного аналізу алгебраїчного матеріалу (7-9 кл.), функціонують у двох напрямках, кожен з яких визначається роллю, яку відіграють РНС у процесі навчання алгебри, тобто виступають вони як *мета* чи *засіб навчання*.

Під час формування в учнів уявлень про основні поняття змістової лінії РНС (розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем є *метою навчання*) актуалізуються і активно використовуються необхідні знання і вміння з інших тем, відбувається повторення, закріплення, узагальнення раніше вивченого матеріалу, розглядаються можливості його використання у нових умовах.

Наведемо приклади конкретних завдань (тема “Квадратні рівняння”), розв'язування яких вимагає від учнів не тільки знання формули коренів квадратного рівняння та вміння її застосовувати, а й розуміння й уміння оперувати поняттям арифметичного квадратного кореня, виконувати дії над дійсними числами, здійснювати необхідні тотожні перетворення виразів.

Завдання. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{5y+1}{y+1} = \frac{y+2}{y};$$

$$\frac{4}{9x^2-1} - \frac{4}{3x+1} - \frac{x}{1-3x} = 0;$$

$$(x+1)(2x-3) = (3x-5)(4x-5);$$

$$6y^2 - (y+2)^2 = -4(y-4).$$

Розглянемо особливості використання рівнянь, нерівностей та їх систем під час розгляду інших змістових ліній шкільного курсу алгебри (РНС виступають як *засіб навчання*).

Як свідчать проведені дослідження, найбільш тісний зв'язок існує між *тотожними перетвореннями виразів* (ТПВ) і рівняннями, нерівностями та їх системами. При цьому РНС доцільно розглядати як *засіб*:

- удосконалення теоретичних знань щодо специфіки перетворень виразів різних видів, їх закріплення, поглиблення, розширення;
- урізноманітнення вправ, спрямованих на формування навичок виконання ТПВ;
- контролю та самоконтролю результатів навчання з відповідних тем;
- практичної реалізації внутрішньопредметних зв'язків між

розглядуваними змістовими лініями.

У процесі розв'язування рівнянь та нерівностей використовується те чи інше тотожне перетворення: розкриття дужок, винесення спільного множника за дужки, зведення подібних членів, множення степенів з однаковою основою, додавання і віднімання многочленів, множення многочлена на одночлен, множення двох многочленів, використання формул скороченого множення.

Існують міцні змістові та операційні зв'язки між рівняннями й нерівностями та елементарними функціями. Апарат РНС доцільно розглядати як засіб вивчення (дослідження) функцій:

- визначення належності чи неналежності точки графіку функції;
- задання функції формулою за деякими відомими її характеристиками (наприклад, загальний вид функції і координати точки, що належить її графіку; координати двох точок її графіка тощо);
- відшукування значення функції, що відповідає певному значенню аргумента, і, навпаки, знаходження значення аргумента, що відповідає певному значенню функції;
- знаходження області визначення функції, області її значень;
- знаходження нулів функції, координат точок перетину графіка функції з осями координат;
- встановлення координат точок перетину графіків функцій;
- встановлення проміжків знакосталості функцій тощо.

Так, вправа з відшукування точок перетину графіків функцій $y = -2x + 3$ і $y = x^2$ зводиться до розв'язування системи рівнянь $\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = x^2 \end{cases}$ способом

підстановки або безпосередньо рівняння, одержаного у результаті прирівнювання правих частин формул, які задають функції. Дістають звичайне квадратне рівняння $-2x + 3 = x^2$, $x^2 + 2x - 3 = 0$, звідки $x_1 = 1$,

$x_2 = -3$. Для знаходження значень y треба підставити по черзі значення x_1 і x_2 в одну з даних формул. Маємо: $y_1 = -2 \cdot 1 + 3 = 1$; $y_2 = (-3)^2 = 9$. Отже, координатами точок перетину даних графіків є пари чисел $(1; 1)$; $(-3; 9)$.

Для відшукування значень x , при яких функція $y = f(x)$ набуває додатних (від'ємних) значень, необхідно розв'язати нерівність $f(x) > 0$ ($f(x) < 0$).

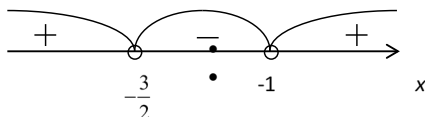
$$y = 2x^2 + 5x + 3; \quad y = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 1)$$

$$y > 0$$

$$2\left(x + 1\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) > 0$$

$$y < 0$$

$$2\left(x + 1\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) < 0$$



При $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (-1; +\infty)$

функція $y = 2x^2 + 5x + 3$
набуває додатних значень

При $x \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right)$ функція

$y = 2x^2 + 5x + 3$ набуває
від'ємних значень

Формування вмій і навичок виконання тотожних перетворень алгебраїчних виразів, розв'язування рівнянь і нерівностей пов'язується з розвитком *числової змістової лінії*. Відповідно до цього РНС доцільно розглядати як засіб:

- формування уявлення про арифметичний квадратний корінь, розширення множини раціональних чисел до множини дійсних чисел (одна з мотиваційних ситуацій: знайти корені рівняння $x^2 = 2$) за рахунок долучення множини ірраціональних чисел;

- формування уявлення про можливість та доцільність подальшого розширення поняття числа (перехід від дійсних до комплексних чисел);

- розв'язування задач прикладного змісту (наближені обчислення).

Розгляд теми «Квадратні корені. Дійсні числа» розпочинається введенням поняття квадратного кореня з числа x з використанням конкретно-індуктивного методу: з потреби розв'язати рівняння $x^2 = 49$. Зазначається, що воно «має два розв'язки: 7 і -7 . Говорять, що 7 і -7 – квадратні корені з числа 49» [2]. І вже потім формулюється означення квадратного кореня з числа x та його арифметичного значення. Після виконання вправ на добування коренів та обчислення значень виразів варто знову звернутися до рівнянь.

Завдання №1. Чи існує значення змінної x , при якому $\sqrt{x} = 4$; $\sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = -2$; $5 + \sqrt{x} = 0$?

Завдання №2. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{x} = 7$; $-3 + \sqrt{x} = 0$; $5\sqrt{y} = 10$;
 $\sqrt{x+3} = 5$; $\sqrt{11-y} = 7$; $\sqrt{x^2+5} = 3$.

У процесі розв'язування прикладних задач, користуючись наближеними значеннями величин, їх похибками, для проведення необхідних розрахунків застосовують апарат РНС, зокрема властивості нерівностей.

Завдання №1. Маса болта 325 ± 2 г, а маса гайки 117 ± 1 г. Знайдіть масу болта з гайкою.

Завдання №2. Маса яблука більша від 240 г і менша від 250 г. Визначте наближене значення маси яблука і границю абсолютної похибки.

Одним з пріоритетів розвитку сучасної математичної освіти є посилення практичної та прикладної спрямованості навчання математики, яка передбачає не лише розкриття змісту математичних понять, а й виділення конкретних ситуацій, явищ, для опису яких ці поняття використовуються. Прикладом можливих застосувань математичних знань на практиці можуть служити текстові (сюжетні) задачі.

У навчанні математики задачі є й метою, і засобом навчання та розвитку школярів. Необхідність спеціальної роботи з формування в учнів умінь розв'язувати задачі за допомогою рівнянь урахована у діючих підручниках з алгебри для 7-9 класів, де цим питанням присвячені окремі підрозділи (стосовно лінійних рівнянь і їх систем (7 кл.), квадратних і дробових раціональних рівнянь (8 кл.), систем рівнянь другого степеня (9 кл.)).

Охарактеризуємо докладніше бінарні взаємозв'язки, що відображають особливості методики навчання учнів розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем з одного боку, і прикладних задач з іншого.

Розглядаючи рівняння, нерівності та їх системи на певних етапах навчального процесу (під час вивчення відповідних тем курсу алгебри 7-9 кл.) як мету навчання, задачі, математичними моделями яких є РНС, можуть виступати як засіб:

- формування нових понять (зокрема, у 7-му класі за допомогою задачі вводиться поняття системи рівнянь з двома змінними);
- забезпечення мотивації вивчення РНС;
- ознайомлення учнів з поняттям математичної моделі, з методом математичного моделювання;
- повторення основних понять «рівняння», «корінь рівняння», «система рівнянь», «розв'язок системи рівнянь» тощо;
- відпрацювання практичних навичок розв'язування рівнянь та їх

систем;

- навчання самостійного складання рівнянь, нерівностей та їх систем на основі залежностей між величинами, про які йдеться в умові задачі;
- підвищення інтересу до математики.

Чинна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, характеризуючи важливе значення рівнянь, нерівностей та їх систем у курсі алгебри 7-9 класів, визначає, що серед завдань, які висуваються до її вивчення, важливе місце посідає засвоєння апарату РНС як основного засобу математичного моделювання прикладних задач [1].

Наведемо приклади прикладних задач, математичними моделями яких є рівняння різних видів.

Задача №1. Дві друкарки, працюючи разом, можуть передрукувати рукопис за 2 год, а одна за 3 год. За скільки годин може передрукувати рукопис друга друкарка?

Розв'язання. Нехай друга друкарка може передрукувати рукопис за x год. Тоді продуктивність її праці складає $\frac{1}{x}$, а продуктивність праці першої $\frac{1}{3}$.

Оскільки обома друкарками рукопис може бути передрукований за 2 год, то можна скласти рівняння: $2(\frac{1}{3} + \frac{1}{x}) = 1$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{6}, \quad x = 6.$$

Відповідь: 6 год.

Задача №2. Човен пройшов за течією річки 8 км і повернувся назад, витративши на весь шлях 5 год. Швидкість течії річки 3 км/год. Знайдіть власну швидкість човна.

Розв'язання. Нехай власна швидкість човна x км/год, тоді його швидкість за течією $(x+3)$ км/год, проти течії $(x-3)$ км/год. Човен пройшов за течією 8 км і повернувся назад, витративши на весь шлях 5 год. Отже,

$$\begin{aligned} \frac{8}{x+3} + \frac{8}{x-3} &= 5, \\ 8(x-3) + 8(x+3) &= 5(x-3)(x+3), \\ 8x - 24 + 8x + 24 &= 5(x^2 - 9), \\ 16x &= 5x^2 - 45, \end{aligned}$$

$$5x^2 - 16x - 45 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 64 + 225 = 289,$$

$$x_1 = \frac{8+17}{5} = 5,$$

$$x_2 = \frac{8-17}{5} = -1,8.$$

Умову задачі задовольняє тільки додатний корінь.

Відповідь: 5 км/год.

Задача №3. При вільному падінні тіло проходить за першу секунду 4,9 м, а за кожну наступну на 9,8 м більше. Знайдіть час падіння камінця на дно шахти, якщо її глибина 313,6 м.

Розв'язання. Рух камінця у шахті може бути описаний за допомогою формул арифметичної прогресії: $a_1 = 4,9$; $d = 9,8$; $S_n = 313,6$. Знайдемо

n (час падіння камінця).

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}n.$$

$$\frac{2 \cdot 4,9 + 9,8(n-1)}{2}n = 313,6,$$

$$\frac{9,8 + 9,8(n-1)}{2}n = 313,6,$$

$$\frac{9,8n}{2}n = 313,6,$$

$$4,9n^2 = 313,6,$$

$$n^2 = 64,$$

$$n = 8.$$

Камінець падав на дно шахти 8 с.

Відповідь: 8 с.

ВИСНОВКИ З ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ.

Отже, докладно розглянувши внутрішньопредметні зв'язки, які існують між лінією РНС та іншими змістовими лініями й активно використовуються під час навчання алгебри, можна констатувати посутній вплив, що має рівень оволодіння учнями апаратом РНС, на якість засвоєння основних знань і вмінь

з тем інших змістових ліній. Цілісний логіко-математичний і методичний аналіз усього алгебраїчного матеріалу (7-9 кл.) засвідчив, що без належного засвоєння школярами матеріалу, пов'язного з рівняннями, нерівностями та їх системами, вивчення інших тем курсу алгебри є малоефективним. Відтак, надзвичайної актуальності набуває проблема забезпечення неперервності математичної освіти. У цілеспрямованій систематичній роботі зі встановлення та використання у навчальному процесі внутрішньопредметних зв'язків можна вбачати перспективний напрямок формування системних знань і вмінь учнів задля їх успішного просування у подальшому опануванні математики та інших навчальних дисциплін.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ: | REFERENCES:

- [1] Математика 5-9 класи. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Вилучено з <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>.
- [2] Мерзляк, А. Г., Полонський, В. Б., Якір, М. С. (2016). Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Харків: Гімназія. ISBN 978-966-474-273-0.