

УДК 004.942

Опубліковано 16 червня 2021 року

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЗАЦІЇ НЕЧІТКИХ КОГНІТИВНИХ МОДЕЛЕЙ

АДАМЕНКО Анатолій Анатолійович 

кандидат технічних наук, с.н.с., провідний науковий співробітник
Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба

УКРАЇНА

Анотація: *Запропоновано підхід щодо удосконалення методів параметризації нечітких когнітивних моделей з метою підвищення їх адекватності. Підхід базується на перетворенні причинно-наслідної когнітивної карти в мережу логічних (з використання булевої алгебри) зв'язків між концептами, формалізації станів концептів та логічних зв'язків між ними методами логіки антонімів, введені єдиних шкал для оцінки станів концептів і формалізації характеру зв'язків між ними, що в комплексі забезпечують підвищення адекватності моделі.*

ВСТУП.

Одним із підходів дослідження слабко структурованих систем та ситуацій (далі – систем) є їх статичний та динамічний аналіз за допомогою їх когнітивних моделей [1].

В основу когнітивної моделі покладено поняття когнітивної карти, що формально являє собою орієнтований зважений граф, в якому вершини відповідають базисним факторам (далі - концептам), а дуги – взаємовідношенням між ними. Когнітивна модель конкретної динамічної системи чи ситуації отримується в результаті параметризації когнітивної карти, коли вершинам та дугам графу ставляться у відповідність змінні, за допомогою яких формалізують стани концептів, характер зв'язків між ними, а також задаються механізми перетворення впливів концептів один на одного.

Аналіз результатів розробки та використання когнітивних моделей в різних предметних областях свідчить про існування проблеми їх адекватності, що залежить, зокрема, від способу параметризації когнітивних карт [1].

Найбільшу практичну цінність при моделюванні слабко структурованих систем та ситуацій здобули запропоновані Б. Коско

нечіткі когнітивні моделі (НКМ) [2] та їх різновиди (наприклад, [1], [3], [4]), де параметричні характеристики вершин та дуг формалізуються з використанням методів теорії нечітких множин та нечіткої логіки.

Відаючи належне методам параметризації НКМ, слід зауважити, що мають місце парадоксальні результати їх використання як наслідок наявності слабких місць в самій теорії нечітких множин та нечіткої логіки, а саме [5], [6]:

- вид та параметри функцій приналежності нечітких множин, що описують вхідні та вихідні змінні системи, обираються суб'єктивно, тому можуть викривлювати реальну дійсність;
- відсутність єдиного підходу щодо правил проведення та фізичного тлумачення операцій НЛ;
- чутливість операторів НЛ до "сильного" аргументу;
- "небулевість" операторів НЛ, тобто існування таких законів класичної двозначної логіки, яким вони не відповідають;
- припущення щодо взаємної незалежності аргументів в рамках однієї формули (правила);
- складність формалізації негативних та різнознакових зв'язків;
- складність апіорного формування повного набору сумісних (неконфліктних) нечітких правил та їх апостеріорного корегування.

Уточнення функцій приналежності нечітких множин в окремих випадках пропонується здійснювати з використанням процедур "навчання", що застосовуються в теорії нейронних мереж. Такі підходи реалізовані в когнітивних гібридних системах підтримки прийняття рішення та прогнозування [7].

Різними авторами були запропоновані й інші методичні підходи щодо зниження негативного впливу окремих слабких місць теорії нечітких множин та нечіткої логіки й підвищення адекватності НКМ, але проблема забезпечення адекватності НКМ залишається актуальною [6].

Метою статті є підвищення адекватності окремих типів нечітких когнітивних моделей за рахунок удосконалення методів їх параметризації.

ОСНОВНА ЧАСТИНА.

Розглядається слабо структурована система як взаємодія її елементів (підсистем), де якість того чи іншого елементу може визначатися якістю як "співдіючих" (позитивний зв'язок) так і

"протидіючих" (негативний зв'язок) елементів (підсистем). Як само сукупність різних за характером впливів визначить майбутній стан певного елементу чітко формалізувати неможливо. Тобто має місце нестохастична невизначеність щодо поточного стану кожного з елементів системи та результатів їх взаємодії. Окрему ступінь невизначеності надає нейтральність взаємовідносин між елементами систем, а також той факт, що характер взаємозв'язків (співдія, протидія, нейтралітет) під впливом різних факторів та умов може змінюватись з часом.

Запропонований нижче методичний підхід щодо параметризації нечітких когнітивних моделей базується на теоретичних положеннях та математичному апараті алгебри логіки та логіки антонімів (ЛА) [8], що вмістила в собі усі позитивні властивості неперервнозначних логік, позбавлена наведених слабких місць нечіткої логіки [9] й, тим самим, забезпечує потенційну можливість отримання більш адекватних моделей. Найголовніша властивість ЛА, на відміну від нечіткої логіки, – це її відповідність усім законам класичної булевої логіки, що обґрунтовує можливість їх сумісного використання.

В якості базової моделі будемо використовувати когнітивну карту у виді причинно-наслідної мережі $G=(X,D)$, де $X=\{X_i\}$ - множина концептів - елементів системи, що досліджується; $D\subseteq X\times X$ - множина причинно-наслідних зв'язків між ними [3].

Головною концепцією методу є представлення когнітивної карти у виді мережі логічних зв'язків між її концептами з наступним введенням змінних, що описують їх стани (параметризація вершин), напрямки та силу логічних зв'язків (параметризація дуг), а також функцій, що пов'язують ці змінні згідно побудованих раніше логічних формул.

Дійсно, в когнітивних моделях зв'язки типу " X_i є причиною X_j " формалізуються через логічну зв'язку "Імплікація" (умовно позначається як $X_i \Rightarrow X_j$), що згідно законів класичної логіки має властивість:

$$X_i \Rightarrow X_j = \bar{X}_i \vee X_j, \quad (1)$$

де

$\bar{X}_i$ - умовне позначення оператора заперечення "Ні", що застосовується до X_i .

Відповідно до цього позитивні причинно-наслідні зв'язки представляються як:

$$X_i \xrightarrow{(+)} X_j : \begin{cases} X_i \Rightarrow X_j = \bar{X}_i \vee X_j, \\ \bar{X}_i \Rightarrow \bar{X}_j = X_i \vee \bar{X}_j, \end{cases} \quad (2)$$

а негативні причинно-наслідні зв'язки представляються як:

$$X_i \xrightarrow{(-)} X_j : \begin{cases} X_i \Rightarrow \bar{X}_j = \bar{X}_i \vee \bar{X}_j, \\ \bar{X}_i \Rightarrow X_j = X_i \vee X_j. \end{cases} \quad (3)$$

Вирази (2) та (3) відображають простий випадок взаємозв'язку між концептами, тобто, коли проста подія X_j є наслідком іншої простої події X_i .

Але на практиці частіше виникає необхідність формалізації багатовимірних взаємозв'язків між концептами, коли подія X_j є наслідком взаємодії сукупності подій $\{X_i\}$, $i = \overline{1, n}$, тобто $\{X_i\} \Rightarrow X_j$. В цьому проявляється одне з основних проблемних питань при параметризації когнітивних моделей, що негативно впливає на їх адекватність, – проблема формалізації одночасного та різного за характером (знаком, силою тощо) впливу на окремих концепт з боку множини інших концептів.

Послаблення негативного впливу цього проблемного питання пропонується здійснити за рахунок формалізації багатовимірних зв'язків за допомогою класичної алгебри логіки з урахуванням знаку дії кожного з концептів-причин.

Наприклад, можна обмежитись логічними зв'язками двох типів:

Тип 1 - "кон'юнктивний": "Сукупність $S_{1j} = \bigcap_i X_i$, $i = \overline{1, n_j}$, є причиною X_j ";

Тип 2 - "диз'юнктивний": "Сукупність $S_{2j} = \bigcup_i X_i$, $i = \overline{1, n_j}$, є причиною X_j ",

або у формалізованому виді:

$$\text{Тип 1. } \{X_i\} \xrightarrow{(\wedge)} X_j : \left(S_{1j} = \bigcap_i X_i \right) \Rightarrow X_j, \quad (4)$$

$$\text{Тип 2. } \{X_i\} \xrightarrow{(\vee)} X_j : \left(S_{2j} = \bigcup_i X_i \right) \Rightarrow X_j, \quad (5)$$

де:

X_j - концепт-наслідок (або концепт-вхід);

$\{X_i\}$ - множина концептів-причин (або концептів-виходів);

$\bigcap_i X_i$ - кон'юнкт (з урахуванням знаку впливу кожного з X_i);

$\bigcup_i X_i$ - диз'юнкт (з урахуванням знаку впливу кожного з X_i).

У разі негативного впливу будь-якого з концептів-причин X , то у відповідній формулі (4) або (5) використовується його протилежне значення, що отримується шляхом застосування до нього оператора заперечення "Ні", тобто значення $\bar{X}$.

Якщо поєднати вирази (2), (3) з формулами (4), (5), то можна отримати повний набір формул, за якими будуть описуватись багатовимірні причинно-наслідні взаємозв'язки в базовій когнітивній моделі, а саме:

$$\{X_i\} \xrightarrow{(+)}_{(\wedge)} X_j : \begin{cases} \left(S_{1j} = \bigcap_i X_i \right) \Rightarrow X_j = \bar{S}_{1j} \vee X_j = \overline{\left(\bigcap_i X_i \right)} \vee X_j = \left(\bigcup_i \bar{X}_i \right) \vee X_j \\ \left(S_{1j} = \bigcap_i \bar{X}_i \right) \Rightarrow \bar{X}_j = \bar{S}_{1j} \vee \bar{X}_j = \overline{\left(\bigcap_i \bar{X}_i \right)} \vee \bar{X}_j = \left(\bigcup_i X_i \right) \vee \bar{X}_j \end{cases}, \quad (6)$$

$$\{X_i\} \xrightarrow{(-)}_{(\wedge)} X_j : \begin{cases} \left(S_{1j} = \bigcap_i X_i \right) \Rightarrow \bar{X}_j = \bar{S}_{1j} \vee \bar{X}_j = \overline{\left(\bigcap_i X_i \right)} \vee \bar{X}_j = \left(\bigcup_i \bar{X}_i \right) \vee \bar{X}_j \\ \left(S_{1j} = \bigcap_i \bar{X}_i \right) \Rightarrow X_j = \bar{S}_{1j} \vee X_j = \overline{\left(\bigcap_i \bar{X}_i \right)} \vee X_j = \left(\bigcup_i X_i \right) \vee X_j \end{cases}, \quad (7)$$

$$\{X_i\} \xrightarrow{(+)}_{(\vee)} X_j : \begin{cases} \left(S_{2j} = \bigcup_i X_i \right) \Rightarrow X_j = \bar{S}_{2j} \vee X_j = \overline{\left(\bigcup_i X_i \right)} \vee X_j = \left(\bigcap_i \bar{X}_i \right) \vee X_j \\ \left(S_{2j} = \bigcup_i \bar{X}_i \right) \Rightarrow \bar{X}_j = \bar{S}_{2j} \vee \bar{X}_j = \overline{\left(\bigcup_i \bar{X}_i \right)} \vee \bar{X}_j = \left(\bigcap_i X_i \right) \vee \bar{X}_j \end{cases}, \quad (8)$$

$$\{X_i\} \xrightarrow{(-)}_{(\vee)} X_j : \begin{cases} \left(S_{2j} = \bigcup_i X_i \right) \Rightarrow \bar{X}_j = \bar{S}_{2j} \vee \bar{X}_j = \overline{\left(\bigcup_i X_i \right)} \vee \bar{X}_j = \left(\bigcap_i \bar{X}_i \right) \vee \bar{X}_j \\ \left(S_{2j} = \bigcup_i \bar{X}_i \right) \Rightarrow X_j = \bar{S}_{2j} \vee X_j = \overline{\left(\bigcup_i \bar{X}_i \right)} \vee X_j = \left(\bigcap_i X_i \right) \vee X_j \end{cases}. \quad (9)$$

Дійсно, формули (6) – (9) можуть застосовуватись при формалізації як одновимірних, так і багатовимірних причинно-наслідних зв'язків між концептами, що надає змогу базову когнітивну карту представити у виді мережі логічних зв'язків між концептами.

Далі з використанням математичного апарату ЛА вводяться змінні, що описують стани концептів (параметризація вершин), напрямки та силу логічних зв'язків (параметризація дуг), а також функцій, що пов'язують ці змінні згідно побудованих раніше логічних формул типу (6) – (9).

В інтересах параметризації вершин когнітивної карти обирається єдина шкала (що також повинно позитивно вплинути на адекватність когнітивної моделі, що будується).

Для цього будемо розглядати антонімічну пару A та αA , що задають граничні значення можливих станів відповідних концептів $X = \{X_i\}$, $i = \overline{1, n}$. Наприклад, якщо кожний концепт розглядати як деяку подію, то в умовах невизначеності їх стан можна оцінити як чисельну міру ступеня можливості (ймовірності, частоти тощо) настання цієї події та прийняти, що $A = \text{"Достовірно"}$ та $\alpha A = \text{"Неможливо"}$. Тоді показник якості вершини X_i (далі – змінна $H[X_i]$) задається одною з антонімічних оцінок $H[A]$ або $H[\alpha A]$ (тобто, $H[X_i] = H[A]$ або $H[X_i] = H[\alpha A]$), що визначають на скільки поточний стан елементу X_i наближений до стану $A = \text{"Достовірно"}$ або до стану $\alpha A = \text{"Неможливо"}$ відповідно.

Згідно положень ЛА антонімічні оцінки зв'язані між собою виразами виду:

$$H[A] = -\log_2(1 - 2^{-H[\alpha A]}), \quad (10)$$

$$H[\alpha A] = -\log_2(1 - 2^{-H[A]}). \quad (11)$$

Графік функції, що заданий виразом (10) чи (11), наведено на (рис. 1).

На рис. 1 на координатних осях, що позначені $H[A]$ та $H[\alpha A]$, відкладаються кількісні оцінки ступеню прояви у елемента X_i властивості, що досліджується. При цьому, пара оцінок $H[A]$ та $H[\alpha A]$ є координатами точки, що поділяє криву на дві частини: частину, що відповідає елементу антонімічної пари A (далі – дуга A), та частину, що відповідає елементу антонімічної пари αA (далі – дуга αA). Значення $H[A]$ та $H[\alpha A]$ відображають величини проєкцій дуг A та αA на відповідні осі координат, а самі дуги A та αA доповнюють одна одну до всієї кривої.

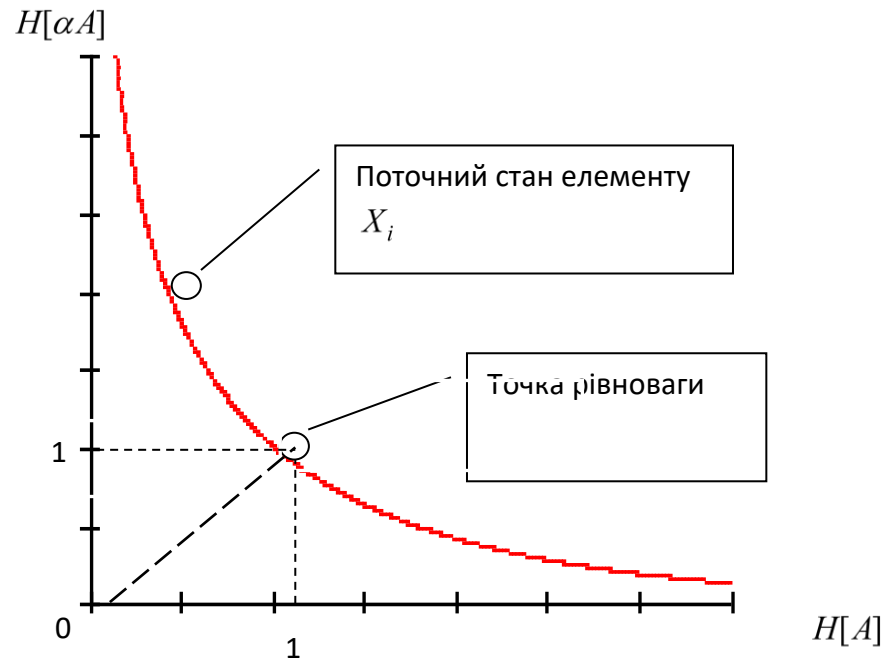


Рис. 1. Графік можливих станів елементу X_i

Слід зазначити, що оператору α можна поставити у відповідність оператор " Hi ", що, на відміну від його розуміння в нечіткій логіці, передбачає не "*Усе інше*", а перехід до конкретного протилежного значення – синоніма.

Зрозуміло, якщо міра наявності у елементу X_i властивості - одного з елементів антонімічної пари оцінюється як мінімальна, то міра наявності у нього протилежної властивості у цьому випадку буде максимальною. Тобто, якщо $H[A] \rightarrow 0$, то $H[\alpha A] \rightarrow \infty$; якщо $H[A] \rightarrow \infty$, то $H[\alpha A] \rightarrow 0$.

З цього можна вважати, що $H[A]$ та $H[\alpha A]$ є координатами стану елементу X_i , що оцінюється за певною його властивістю, а крива на рис. 1 – кривою можливих станів цього елементу. Слід звернути увагу на точку з координатами $(1, 1)$, що є точкою рівноваги і відображає такий стан елементу X_i , при якому ступінь прояви у нього властивості, що досліджується, оцінюється як така, що однаково наближена до обох антонімічних оцінок, і є чисельною мірою максимальної невизначеності щодо стану елементу X_i .

Саме стан максимальної невизначеності щодо стану кожного концепту приймається в якості його початкового стану, тобто:

$$H[X_i]_{t=0} = H_i[A] = H_i[\alpha A] = 1.$$

Слід зауважити, що прийняття апріорної максимальної невизначеності щодо початкового стану кожного елементу слабо структурованої системи позбавляє від внесення похибки в початкових даних й тим самим позитивно впливає на адекватність когнітивної моделі.

Для формалізації характеру зв'язку типу (4) або (5) між концептами будемо вважати, що характер взаємозв'язків між деякою сукупністю концептів-причин S_j та концептом-наслідком X_j (далі - $H[S_j \Rightarrow X_j]$) оцінюється мірою прояви впливу за допомогою антонімічних оцінок $H[B]$ та $H[\alpha B]$ (тобто, $H[S_j \Rightarrow X_j] = H[B]$ або $H[S_j \Rightarrow X_j] = H[\alpha B]$), що задаються на шкалі з використанням антонімічної пари: $B = \text{"Абсолютна співдія"}$ та $\alpha B = \text{"Абсолютна протидія"}$. Оцінки $H[B]$ та $H[\alpha B]$ зв'язані собою функціонально згідно (10) та (11).

У цьому випадку точка з координатами (1, 1) характеризує нейтральний характер взаємодії між визначеними елементами (точка нейтралітету) та поділяє криву на дві дуги: B - позитивних зв'язків та αB - негативних зв'язків.

Позитивні зв'язки будуть характеризуватись значеннями елементів антонімічної пари, що задовольняють умовам: $H[B] > 1$ та $0 > H[\alpha B] < 1$.

Негативні зв'язки будуть характеризуватись значеннями елементів антонімічної пари, що задовольняють умовам: $H[\alpha B] > 1$ та $0 > H[B] < 1$.

Початкові значення $H[S_j \Rightarrow X_j]_{t=0} = H_j[B]$ для кожного концепту-наслідка X_j (концепту-входу) встановлюється експертним шляхом.

Для формалізації логічних зв'язків виду (6) - (9) будемо використовувати базові оператори ЛА [8], що задають два види зв'язків: γ -зв'язок (сильний зв'язок), що відповідає операції кон'юнкції, та β -зв'язок (слабкий зв'язок), що відповідає операції диз'юнкції, наступного виду:

$$H \left[\gamma X_i \right] = -\log_2 \left[1 - 2^{-\sum_{i=1}^n \mu_i \cdot H_i[\alpha A]} \right]; \quad (11)$$

$$H \left[\beta X_i \right] = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot H_i[A], \quad (12)$$

де:

μ_i - ваговий коефіцієнт елементу X_i , в якості якого можна використовувати міру впевненості, що буде задаватись на шкалі за допомогою антонімічних оцінок $C = \text{"Завжди"}$ та $\alpha C = \text{"Ніколи"}$. Тобто $\mu_i = H_i[C]$ або $\mu_i = H_i[\alpha C]$.

Використовуючи термінологію та математичний апарат ЛА з використанням формул (6) – (9) для кожного концепту-наслідка (концепту-входу) можна скласти математичний вираз, що пов'язує силу зв'язку між суміжними концептами та їх чисельними мірами якості (можливості, ймовірності тощо), виду:

$$H[S_j \Rightarrow X_j] = H[\alpha S_j \beta X_j] = H[\alpha S_j] + H[X_j]. \quad (13)$$

Так, наприклад, для формули зв'язку (6) з урахуванням (13) отримаємо:

$$\{X_i\} \xrightarrow[(\wedge)]{(+)} X_j : \begin{cases} H\left[\left(S_{1j} = \bigcap_i X_i\right) \Rightarrow X_j\right] = H\left[\beta(\alpha X_i)\right] + H[X_j] = \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[\alpha A] + H_j[A] \\ H\left[\left(S_{1j} = \bigcap_i \bar{X}_i\right) \Rightarrow \bar{X}_j\right] = H\left[\beta X_i\right] + H[\alpha X_j] = \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[A] + H_j[\alpha A] \end{cases}.$$

З цього, можна сформулювати функціонал для концепту-наслідка X_j виду:

$$\{X_i\} \xrightarrow[(\wedge)]{(+)} X_j : \begin{cases} H_j[A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcap_i X_i\right) \Rightarrow X_j\right] - \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[\alpha A] \\ H_j[\alpha A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcap_i \bar{X}_i\right) \Rightarrow \bar{X}_j\right] - \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[A] \end{cases}. \quad (14)$$

Аналогічно отримаємо функціонали для формул (7) – (9):

$$\{X_i\} \xrightarrow[(\wedge)]{(-)} X_j : \begin{cases} H_j[\alpha A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcap_i X_i\right) \Rightarrow \bar{X}_j\right] - \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[\alpha A] \\ H_j[A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcap_i \bar{X}_i\right) \Rightarrow X_j\right] - \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[A] \end{cases}, \quad (15)$$

$$\{X_i\} \xrightarrow[(\vee)]{(+)} X_j : \begin{cases} H_j[A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcup_i X_i\right) \Rightarrow X_j\right] + \log_2 \left[1 - 2^{-\sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[A]}\right] \\ H_j[\alpha A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcup_i \bar{X}_i\right) \Rightarrow \bar{X}_j\right] + \log_2 \left[1 - 2^{-\sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[\alpha A]}\right] \end{cases}, \quad (16)$$

$$\{X_i\} \xrightarrow[(\vee)]{(-)} X_j : \begin{cases} H_j[\alpha A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcup_i X_i\right) \Rightarrow \bar{X}_j\right] + \log_2 \left[1 - 2^{-\sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[A]}\right] \\ H_j[A] = H\left[\left(S_{1j} = \bigcup_i \bar{X}_i\right) \Rightarrow X_j\right] + \log_2 \left[1 - 2^{-\sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \cdot H_i[\alpha A]}\right] \end{cases}. \quad (17)$$

Таким чином, отримано повний набір функціоналів виду (14) – (17), що забезпечують отримання математичного виразу для оцінки якісного стану кожного концепту-наслідка і подальше дослідження слабо структурованої системи в різних ситуаціях за допомогою її когнітивної моделі.

ВИСНОВКИ З ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ.

Запропоновано концептуальний підхід щодо удосконалення методів параметризації нечітких когнітивних моделей з метою підвищення їх адекватності. Підвищення адекватності когнітивних моделей забезпечується: перетворенням когнітивної карти в мережу логічних зв'язків між концептами; формалізацією якісного стану концептів та взаємозв'язків між ними методами логіки антонімів, що позбавлена слабких місць, наявних у нечіткій логіці; застосуванням єдиних шкал для вимірювання якісного стану концептів та взаємозв'язків між ними; введенням посилок щодо максимального значення міри невідзначеності початкового стану концептів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

- [1] Кулинич, А.А. (2007). Систематизация когнитивных карт и методов их анализа. *Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций (CASC'2007): труды VII Международной конференции* (с. 50 – 57). Москва, Россия: Институт проблем управления РАН.
- [2] Kosko, B. (1986). Fuzzy Cognitive Maps. *International Journal of Man-Machine Studies*, (24). 65 – 75.
- [3] Силов, В.Б. (1995). *Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке*. Москва: ИНПРО-РЕС.
- [4] Горелова, Г.В. (2012). О когнитивном моделировании сложных систем, инструментарий исследований. *Известия ЮФУ. Технические науки*. (6), 236 – 240.
- [5] Аршинский, Л.В. (2007). Парадоксы нечеткого оценивания. *Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций (CASC'2007): труды VII Международной конференции* (с. 20 – 23). Москва, Россия: Институт проблем управления РАН.
- [6] Канеман, Д., Словик, П., Тверски, А. (2005). *Принятие решений в неопределенности: правила и предубеждения*. Харьков: Изд-во Институт прикладной психологии «Гуманитарный Центр».
- [7] Аверкин, А.Н., Ярушев, С.А., Павлов, В.Ю. (2017). Когнитивные гибридные системы поддержки принятия решений и прогнозирования. *Программные продукты и системы*. 4 (30). 632 – 642.
- [8] Голота, Я.Я. (1992). О формализации логики неполных знаний (логики антонимов). *Логика и развитие научного знания*, 92 – 112.
- [9] Фальков, Д.С. (1999). О разработке лингвистического подхода на базе логики антонимов. Сравнение с лингвистическим подходом, лежащим в основе нечеткой логики Заде. Вилучено із <http://inftech.webservis.ru/it/conference/scm/1999/session4/falkov.html>.